

Επώνυμο:

Όνομα:

Ημερομηνία:

Τμήμα:

Άσκηση 1

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: -18x + 6y = -1$ και $\varepsilon_2: 2x + 3y = 5$. Δείξτε, με τη μέθοδο των οριζουσών, ότι οι ε_1 και ε_2 τέμνονται και βρείτε το σημείο τομής τους.

(Μονάδες 10)

ΛΥΣΗ

Άσκηση 2

Θεωρούμε το σύστημα $(\Sigma): \begin{cases} 8x + 6y = 4 \\ 12x + 9y = 6 \end{cases}$

A) Βρείτε την ορίζουσα του (Σ) .

B) Δείξτε ότι το (Σ) είναι αδύνατο και υπολογίστε τη μορφή των λύσεων.

Γ) Ποια η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1: 8x + 6y = 4$ και $\varepsilon_2: 12x + 9y = 6$;

(Μονάδες 7)

ΛΥΣΗ

Άσκηση 3

Θεωρούμε το σύστημα $(\Sigma): \begin{cases} 8x - 6y = 1 \\ -12x + 9y = -6 \end{cases}$.

A) Δείξτε ότι το (Σ) είναι αδύνατο.

B) Ποια η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1: 8x - 6y = 1$ και $\varepsilon_2: -12x + 9y = -6$;

(Μονάδες 3)

ΛΥΣΗ

Άσκηση 1

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: -18x + 6y = -1$ και $\varepsilon_2: 2x + 3y = 5$. Δείξτε, με τη μέθοδο των οριζουσών, ότι οι ε_1 και ε_2 τέμνονται και βρείτε το σημείο τομής τους.

(Μονάδες 10)

ΛΥΣΗ

Θεωρώ το σύστημα, $(\Sigma): \begin{cases} -18x + 6y = -1 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$

$$D = \begin{vmatrix} -18 & 6 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -18 \cdot 3 - 2 \cdot 6 = -54 - 12 = -66 \neq 0. \text{ Συνεπώς, το } (\Sigma) \text{ έχει μοναδική λύση. Άρα οι ευθείες } \varepsilon_1$$

και ε_2 τέμνονται.

$$D_x = \begin{vmatrix} -1 & 6 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = -1 \cdot 3 - 5 \cdot 6 = -3 - 30 = -33$$

$$D_y = \begin{vmatrix} -18 & -1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = -18 \cdot 5 - 2 \cdot (-1) = -90 + 2 = -88$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-33:33}{-66:33} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{-88:2}{-66:2} = \frac{44:11}{33:11} = \frac{4}{3}$$

Το σημείο τομής των ε_1 και ε_2 είναι το $A\left(\frac{1}{2}, \frac{4}{3}\right)$.

Άσκηση 2

Θεωρούμε το σύστημα $(\Sigma): \begin{cases} 8x + 6y = 4 \\ 12x + 9y = 6 \end{cases}$

A) Βρείτε την οριζούσα του (Σ) .

B) Δείξτε ότι το (Σ) είναι αδύνατο και υπολογίστε τη μορφή των λύσεων.

Γ) Ποια η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1: 8x + 6y = 4$ και $\varepsilon_2: 12x + 9y = 6$;

(Μονάδες 7)

ΛΥΣΗ

$$\text{A)} D = \begin{vmatrix} 8 & 6 \\ 12 & 9 \end{vmatrix} = 8 \cdot 9 - 12 \cdot 6 = 72 - 72 = 0$$

$$\text{B)} \begin{cases} :2 \\ :3 \end{cases} \begin{cases} 8x+6y=4 \\ 12x+9y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+3y=2 \\ 4x+3y=2 \end{cases}, \text{ δηλαδή το } (\Sigma) \text{ είναι αόριστο (απειρία λύσεων).}$$

$$4x+3y=2 \Leftrightarrow \frac{4x}{4} = \frac{-3y+2}{4} \Leftrightarrow x = \frac{-3y+2}{4}$$

και οι άπειρες λύσεις του (Σ) είναι της μορφής $(x, y) = \left(\frac{-3y+2}{4}, y \right), \quad y \in \mathbb{R}.$

$$\text{Γ)} \varepsilon_1 \equiv \varepsilon_2$$

Άσκηση 3

$$\text{Θεωρούμε το σύστημα } (\Sigma): \begin{cases} 8x-6y=1 \\ -12x+9y=-6 \end{cases}.$$

A) Δείξτε ότι το (Σ) είναι αδύνατο.

B) Ποια η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1: 8x-6y=1$ και $\varepsilon_2: -12x+9y=-6$;

(Μονάδες 3)

ΛΥΣΗ

$$\text{A)} \begin{cases} :2 \\ :(-3) \end{cases} \begin{cases} 8x-6y=1 \\ -12x+9y=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-3y=\frac{1}{2} \\ 4x-3y=2 \end{cases}. \text{ Συνεπώς το } (\Sigma) \text{ είναι αδύνατο.}$$

$$\text{B)} \varepsilon_1 // \varepsilon_2$$